

株式収益率の予測可能性：株式市場全体のリターン

研究員 山名 一史

目次

- | | |
|---------------|------------|
| 1. 株式の期待収益率 | 3. 予測精度の向上 |
| 2. 予測可能性の実証研究 | 4. まとめ |

1. 株式の期待収益率

株式の期待収益率を予測することはアセットアロケーションや投資パフォーマンスの向上に資するなどの実務的な有益性に加えて、市場の効率性の検定などに用いられることから、学術的にも重要なテーマである。株式の期待収益率は無リスク金利¹より高く、期待収益率と無リスク金利との差は株式のリスクプレミアムと呼ばれる。1991年から2021年までの平均収益率を用いて、単純なリスクプレミアムの計算を行う（より精緻な推定方法としては、たとえばAvdis and Wachter (2017)）と、米国や欧州、日本除くアジア太平洋地域において十分に高い水準のプレミアムが観測されるのに対し、日本におけるプレミアムは低く、リスク調整後収益率の指標であるシャープレシオ²で見てもこの結果は変わらない（表1）。

（表1）世界各国のリスクプレミアム

1991－2021年	米国	欧州	日本	日本除 アジア太平洋
平均	10.6	7.8	2.9	10.8
標準偏差	17.3	19.4	23.9	28.3
シャープレシオ	0.6	0.4	0.1	0.4

（出典）Kenneth R. French Data Library

株式の期待収益率を考えるうえで便利なのが、Campbell and Shiller (1988) の対数線形近似である（議論の詳細は数学補遺を参照のこと）。一般に、株価が変動したときは期待配当成長率か期待収益率、またはその両方が変動している、と考えることができる。この点について、Shiller (1981) は、現実の株価が、期待配当成長率や事後的に得られる配当成長率から計算されるよりも大きく変動することを明らかにした。この結果は、期待収益率が定数ではなく時間を通じて変動しており、株価が変動したときは期待配当成長率だけでなく期待収益率も変動していることを示唆している。

また、期待収益率の分散の定義から、株価のボラティリティ（変動の度合い）上昇が観測されるとき、期待収益率や配当成長率、またはその両方のボラティリティが高まっているか、期待収益率と配当成長率との間に逆の相関が生じていると考えることができる。

2. 予測可能性の実証研究

これまでに検討してきた枠組みを念頭に置くと、実際に収益率の予測を行う際、もっとも有望な変数は配当利回りになるだろう。

1 無リスク金利とは、理論上、価格変動リスクがない安全資産の利回りを意味し、安全利子率やリスクフリーレートとも呼ばれる。

2 具体的には、リスクプレミアムと標準偏差の比率で計算される。

Koijen and Nieuwerburgh (2011) は予測変数に配当利回りを用いた単純な回帰分析を行い、第二次世界大戦後における米国市場の株式収益率の予測が可能であることを実証的に確認した。ただし、戦前のデータを含めた分析では配当成長率の予測精度が高かった一方、株式収益率の予測精度は低かったことも同時に確認している。これらの結果を要約すると、配当利回りの低下は将来的な配当の成長ではなく、期待収益率の低下を示唆していることになる。

関連する研究として、Golez and Koudijs (2018) は、オランダや英国の長期データを用いて、同様の予測可能性が認められることを確認した。Cochrane (2011) は、収益率を計算する期間を長くするほど、この予測可能性がより強く観察できるようになることを指摘している。Chen (2009) とBinsbergen and Koijen (2010) も同様の予測可能性を認めた上で、配当がどのように再投資されるかが配当成長率に影響を与えることを確認した。この典型例として、Chen et al. (2012) は、戦後に配当成長率の予測精度が低下した（株式収益率の予測精度は上昇した）背景として、企業による配当の平準化行動が存在していたことを指摘している。

3. 予測精度の向上

株式収益率を予測する際は配当利回りを用いるのが有効であることがわかったところで、次に予測精度を高める方法を考えてみよう。収益率を予測する方法としては大きく二種類が考えられる。ひとつはこれまでに議論してきた収益率と配当利回りとの関係をより精緻にモデル化することで、予測精度の向上を目指す方法、そしてもうひとつは収益率の予測に有効な、配当利回り以外の変数を探し、

複数の変数を使って予測を行う方法である。

モデルの精緻化に関連する研究として、たとえばBinsbergen and Koijen (2010) は線形状態空間モデルを、Lettau and Nieuwerburgh (2008) は構造変化（株式市場への参加の態様の変化や税制の変化等ともなう定常状態の変化）を考慮したモデルを用いて、予測精度の向上を図っている。また、モデル化の方法ではなく検定の方法に着眼した研究としてCampbell and Yogo (2006) も重要である。

収益率に対して予測力を持つ配当利回り以外の変数に関する研究として、Lettau and Ludvigson (2001) は、集計された消費・資産比率 (consumption-wealth ratio: CAY) を用いた予測の性能が、配当利回りを用いた予測を上回ったという結果を報告している。一見すると、配当利回りのように株式収益率と密接な関係がある（ように見える）金融変数を用いた予測を、マクロ経済変数を用いた予測がその性能で上回るのは驚きかもしれない。しかし、株式収益率が当然に経済全体のリスク (aggregate risk) に左右されることを考えると、それほどおかしな話というわけではないだろう。彼らは消費や労働所得といったマクロ経済変数が長期的なトレンドから一時的に乖離する事実に着目し、いわゆる景気変動が1四半期から5四半期程度に渡って株式収益率に影響を与えると分析している。こうした結果は、標準的なマクロ経済モデルで用いられる、フォワードルッキングな期待形成を行う合理的な家計の仮定と整合的である。

Kelly and Pruitt (2013) は経済学的な構造を明示的に考えるのではなく、潜在的に株式収益率の予測に役立つ可能性が高いと考え

られる変数をできるだけ多く考慮することで予測精度の向上を目指した。ただ、モデルに多くの変数を加えて予測を行うことは、少なくともモデルの解釈性の観点からあまり望ましいものではない。また、各変数は必ず予測ノイズを含んでいるので、こうしたノイズは除去した上で予測を行ったほうが、予測精度の向上に資するだろう。そこで、予測の予備段階として、より少ない変数で多くの変数の挙動を要約できるような補助的なモデルを考える。このような補助モデルで用いられる変数は潜在変数とよばれ、これら潜在変数を使って収益率の予測を行う二段階の予測によって予測精度の向上が図られている。同様の手法を用いた研究として、Ludvigson and Ng (2007) や Neely et al. (2014) などがあり、ボラティリティや一部の実務家に人気のあるテクニカル指標（取引価格や出来高のトレンドやパターンなど）も収益率の予測に有効であることが確認されている。

株式の期待収益率は将来のマクロ経済の状態に依存し、マクロ経済変数はマクロ経済の状態に関する情報を含んでいるので、マクロ経済変数が株式の期待収益に対する予測力を持つのは、投資家が経済全体のリスクを引き受けたことに対する所得補償と考えることができる。つまり、株式に内在する景気変動リスクへのエクスポージャーからもたらされるリスクプレミアムというわけだ。対照的に、テクニカル指標にはそうした理論的妥当性が存在しないように見えるので、指標の何が予測力を生み出しているのかが明らかでない。この点については、情報に対する投資家の反応の異質性や心理的なバイアス、感情などの要因が予測力を持つメカニズムについて議論が行われている。ただ、こうした要素は、一旦その存在が知られると、多くの合理的な投

資家はその要素を用いた裁定行動を行うことにより、価格調整メカニズムを通じて予測力が失われていく可能性が高い（Campbell, 2000）。実際に、Welch and Goyal (2008) は、先行研究で有効性が確認されたとされる予測に有効とされた変数を用いて予測力を再検証したところ、その多くが再現されなかったことを明らかにした。学術のおよび中長期的な投資パフォーマンスを重視する合理的な投資家の立場からすると、投資家の行動の変化を考慮してもなお予測力が失われない、という意味で頑健な予測を行うことが重要だろう。

4. まとめ

株式収益率の予測はアセットアロケーションや投資パフォーマンスの向上といった実利を得ようとする実務家や投資家にとっては言うまでもなく、市場の効率性の検定やより現実的な資産価格モデルを作りたいと考えている学術研究者の興味もひいてきた。株式収益率は予測が原理的に可能な要素だけでなく、ノイズなど予測が原理的に不可能な要素も潜在的に含んでいるため、ノイズ要素の影響が定量的に十分に大きい場合、仮に予測の観点から理論上最高精度のモデルができたとして、そのモデルが実用に耐えるかどうかは定かではない。また、仮に実用に耐える予測モデルが作られたとして、合理的な投資家はそのモデルを模倣して裁定行動を行うことにより、価格調整メカニズムからそのモデルの予測力は失われていくことも予想される。ただし、その予測可能性が株式に内在するリスクへのエクスポージャーによってもたらされているリスクプレミアムであれば、リスクを引き受ける正当な対価としての予測力は失われないだろう。

株式収益率の予測と聞くと、どんな変数を

使ってどのように予測しているのかという手法論や、予測を用いて投資を行った場合の短期的な投資パフォーマンスに興味がいきがちである。しかし、実際には収益率のうちの、こういった要素を予測対象にしているかが重要である。仮に、その予測が効率的市場仮説に抵触するなど、原理的に不可能な要素を対象にしている場合、そうした予測は手法を問わず無意味である（短期的に超過リターンを生み出していたとしても、それは偶然の産物に過ぎない）。

頑健な予測力は、その代償として何らかのリスクを引き受けることによってしか得られない。投資を行うときと同様、予測を行うときもリスクと（予測によってもたらされる）期待収益率とのバランスを意識することが重要である。予測はあくまでもリスク・リターン比を改善するための手段であって、存在しないフリーランチを探すための手段ではないのだ。

（数学補遺）

P_t は t 期の株価、 D_t は t 期の配当、 r_t は株式の対数収益率とする。株式の対数収益率の定義から、

$$\begin{aligned}\ln(1 + R_{t+1}) &= \ln\left(\frac{P_{t+1} + D_{t+1}}{P_t}\right) \\ &= \ln\left(\frac{P_{t+1}}{P_t} \left(1 + \frac{D_{t+1}}{P_{t+1}}\right)\right) \\ &= \ln\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right) + \ln(1 + \exp \delta_{t+1})\end{aligned}$$

ただし、 $\delta_t = \ln\left(\frac{D_t}{P_t}\right)$ とする。ここで、

$$\left. \frac{d \ln(1 + \exp \delta_{t+1})}{d \delta_{t+1}} \right|_{\delta_{t+1}=\delta} = \frac{\exp \delta_{t+1}}{1 + \exp \delta_{t+1}}$$

であることから、 $\delta_t = \delta$ のまわりでテイラー展開（一次）すると、

$$\begin{aligned}\ln(1 + R_{t+1}) &\approx \ln\left(\frac{P_{t+1}}{D_{t+1}} \times \frac{D_{t+1}}{D_t} \times \frac{D_t}{P_t}\right) \\ &\quad + \ln(1 + \exp \delta) \\ &\quad + \frac{\exp \delta}{1 + \exp \delta} (\delta_{t+1} - \delta)\end{aligned}$$

となる。 $\kappa_1 \equiv \frac{1}{1 + \exp \delta}$, $\kappa_0 \equiv \ln(1 + \exp \delta) -$

$\kappa_1 \delta, \Delta d_{t+1} \equiv \ln\left(\frac{D_{t+1}}{D_t}\right)$ と定義すると、

$$= \kappa_0 - \delta_{t+1} + \Delta d_{t+1} + \delta_t + (1 - \kappa_1) \delta_{t+1}$$

$r_{t+1} \equiv \ln(1 + R_{t+1})$ として、以上を整理すると、

$$r_{t+1} \approx \kappa_0 + \Delta d_{t+1} - \kappa_1 \delta_{t+1} + \delta_t$$

となる。この式を、横断性条件を考慮したうえで前向きに解くと、

$$\delta_t \approx r_{t+1} - \kappa_0 - \Delta d_{t+1} + \kappa_1 \delta_{t+1}$$

$$= r_{t+1} - \kappa_0 - \Delta d_{t+1}$$

$$+ \kappa_1 (r_{t+2} - \kappa_0 - \Delta d_{t+2} + \dots)$$

$$\approx -\frac{\kappa_0}{1 - \kappa_1} + \sum_s \kappa_1^s (r_{t+1+s} - \Delta d_{t+1+s})$$

この関係は事前にも成立するので、

$$\delta_t \approx -\frac{\kappa_0}{1 - \kappa_1} + E_t \sum_s \kappa_1^s (r_{t+1+s} - \Delta d_{t+1+s})$$

となり、その分散は

$$V(\delta_t)$$

$$= V\left(\sum_s \kappa_1^s r_{t+1+s}\right) + V\left(\sum_s \kappa_1^s \Delta d_{t+1+s}\right)$$

$$- 2 \text{Cov}\left(\sum_s \kappa_1^s r_{t+1+s}, \sum_s \kappa_1^s \Delta d_{t+1+s}\right)$$

と計算することができる。

（参考文献）

- Avdis, Efstathios and Wachter, Jessica A., 2017. “Maximum likelihood estimation of the equity premium,” *Journal of Financial Economics*, 125 (3), 589–609.
- Binsbergen, Jules H. van, and Koijen, Ralph, 2010, “Predictive Regressions : A Present Value Approach,” *Journal of*

- Finance, 65 (4), 1439–1471.
- Campbell, John Y., 2000, Asset Pricing at the Millennium, *Journal of Finance*, 55 (4) , 1515–1567.
 - Campbell, John Y. and Robert J. Shiller, 1988, The Dividend – Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors, *Review of Financial Studies*, 1 (3) , 195–228.
 - Campbell, John Y. and Yogo, Motohiro, 2006. “Efficient tests of stock return predictability,” *Journal of Financial Economics*, 81 (1) , 27–60.
 - Chen, Long, 2009, “On the reversal of return and dividend growth predictability: A tale of two periods,” *Journal of Financial Economics*, 92 (1) , 128–151.
 - Chen, Long, Zhi Da, Richard Priestley, 2012. “ Dividend Smoothing and Predictability,” *Management Science*, 58 (10) , 1834–1853.
 - Cochrane, John, 2008, “The Dog That Did Not Bark : A Defense of Return Predictability,” *Review of Financial Studies*, 21 (4) , 1533–1575.
 - Cochrane, John, 2011. “ Presidential Address: Discount Rates,” *Journal of Finance*, 66 (4) , 1047–1108.
 - Golez, Benjamin and Koudijs, Peter, 2018. “Four centuries of return predictability,” *Journal of Financial Economics*, 127 (2) , 248–263.
 - Kelly, Bryan and Pruitt, Seth, 2013, “Market Expectations in the Cross – Section of Present Values,” *Journal of Finance*, 68 (5) , 1721–1756.
 - Koijen, Ralph and Van Nieuwerburgh, Stijn, 2011, “Predictability of Returns and Cash Flows,” *Annual Review of Financial Economics*, 3 (1) , 467–491.
 - Lettau, Martin and Sydney Ludvigson, 2001. “Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Stock Returns,” *Journal of Finance*, 56 (3) , 815–849.
 - Lettau, Martin and Stijn Van Nieuwerburgh, 2008. “Reconciling the Return Predictability Evidence, ” *Review of Financial Studies*, 21 (4) , 1607–1652.
 - Ludvigson, Sydney. and Ng, Serena, 2007, “ The empirical risk – return relation : A factor analysis approach,” *Journal of Financial Economics*, 83 (1) , 171–222.
 - Neely, Christopher, Rapach, David E., Tu, Jun, and Zhou, Guofu, 2014, Forecasting the Equity Risk Premium : The Role of Technical Indicators, *Management Science*, 60 (7) , 1772–1791.
 - Shiller, Robert, 1981, “Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends ?”, *American Economic Review*, 71 (3) , 421–36.
 - Welch, Ivo and Amit Goyal, 2008. “A Comprehensive Look at The Empirical Performance of Equity Premium Prediction,” *Review of Financial Studies*, 21 (4) , 1455–1508.